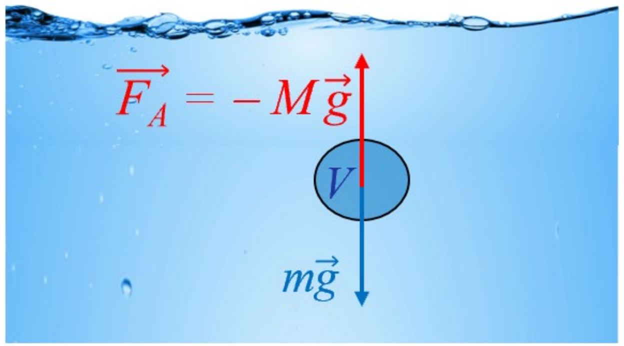
Cours 11 – 16/10/2024

5. Application des lois de Newton (frottements, poulies, ressorts)

5.7. Poussée d'Archimède

5.8. Poulie

5.9. Ressort



6. Travail; Energie; Principes de conservation

6.1. Travail d'une force

6.2. Puissance

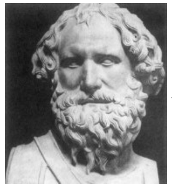
6.3. Energie cinétique

$$\boxed{\delta W = \vec{F} \cdot d\vec{r}}$$

5.7. Poussée d'Archimède

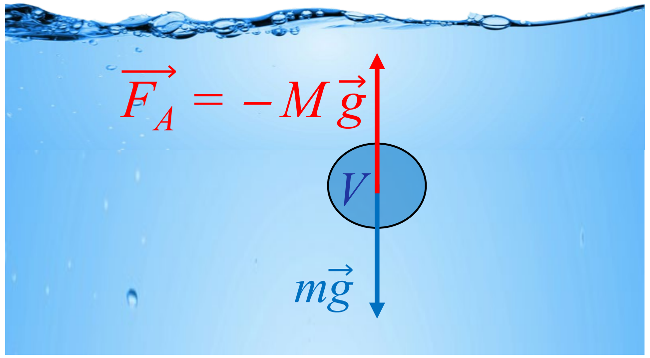
■ Origine

La force de poussée verticale vers le haut exercée par un fluide sur un corps immergé équivaut au poids du volume du fluide déplacé par le corps.



Archimède
III^{ème} av. JC

(Auteur: Mathieu Deschamps , Anouk Noël)



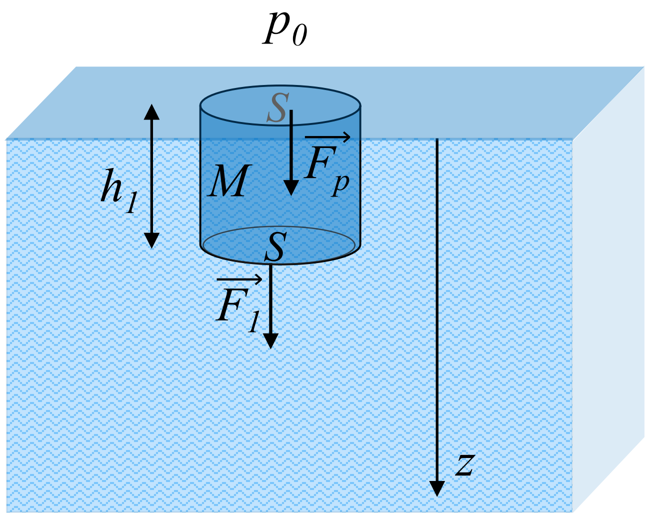
La masse du volume V de fluide déplacé est $M = \rho V$

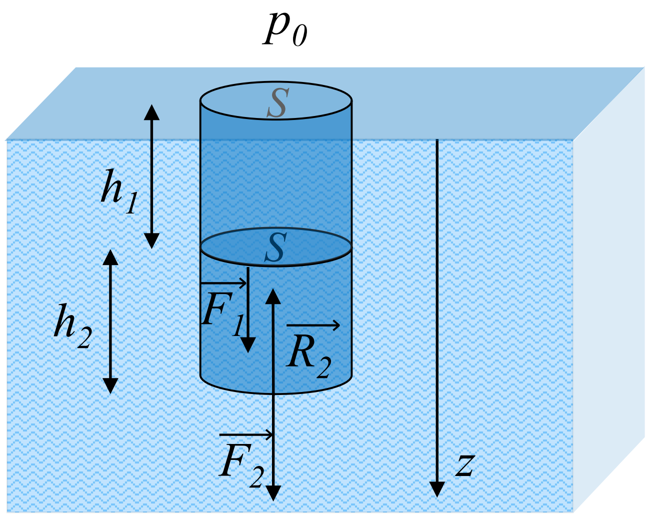
avec ρ la masse volumique du fluide

La poussée d'Archimède s'exprime alors : $\boxed{\vec{F}_A = -M\vec{g}}$

5.7. Poussée d'Archimède

■ Démonstration





p_0 : pression atmosphérique s'exerçant à la surface du liquide

Force de pression due à la pression atmosphérique : $\vec{F_p} = p_0 S\, \vec{e_z}$

Colonne d'eau h_1 : $\vec{F_1} = \vec{F_p} + Mg\, \vec{e_z} = (p_0 S + \rho \underbrace{S h_1}_{\text{Volume de la colonne d'eau } h_1} g)\, \vec{e_z}$

Colonne d'eau $(h_2 + h_1)$: $\vec{F_2} = (p_0 S + \rho \underbrace{S(h_1+h_2)}_{\text{Volume de la colonne d'eau } (h_2+h_1)} g)\, \vec{e_z}$

Force de réaction de l'eau sur la colonne $(h_2 + h_1)$: $\vec{R_2} = -\,\vec{F_2}$

Résultante $\vec{F_r}$ des forces qui s'exercent sur le cylindre de hauteur h_2 :

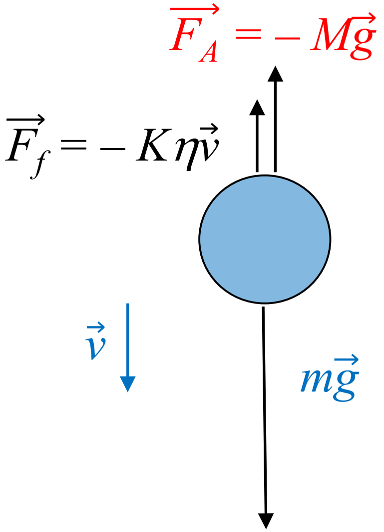
$$\vec{F_r} = \underbrace{\vec{F_1}}_{\text{haut}} + \underbrace{\vec{R_2}}_{\text{bas}} = \vec{F_1} - \vec{F_2} = (p_0 S + \rho S h_1 g)\, \vec{e_z} - (p_0 S + \rho S(h_1+h_2)\, g)\, \vec{e_z}$$
$$= -\,\rho S h_2 g\, \vec{e_z}$$
$$= -\,\rho V g\, \vec{e_z}$$
$$= -\,M g\, \vec{e_z}$$

5.7. Poussée d'Archimède

■ Chute libre dans un liquide

Vitesse limite avec poussée d'Archimède

Si la poussée d'Archimède est inférieure au poids de l'objet alors celui-ci «coule» en subissant une force de frottement fluide.



2[nd] loi de Newton : $m\vec{a} = \Sigma\vec{F} = m\vec{g} + \vec{F}_f + \vec{F}_A = m\vec{g} - K\eta\vec{v} - M\vec{g}$

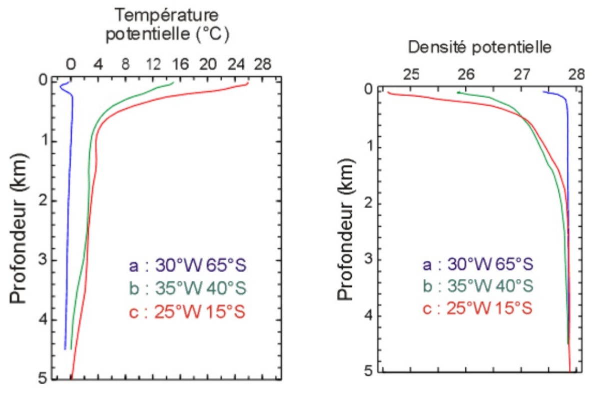
La vitesse limite est définie par $a=0$ $(v=cte)$:

$$\boxed{v_{lim} = \frac{g(m-M)}{K\eta}}$$

Remarque *: la densité de l'eau n'est pas constante sur de grandes distances. Elle augmente avec la profondeur et on peut alors avoir* $M(=\rho V)=m$, *soit* $v_{lim}=0$, *i.e. l'objet s'immobilise.*

Information scientifique :

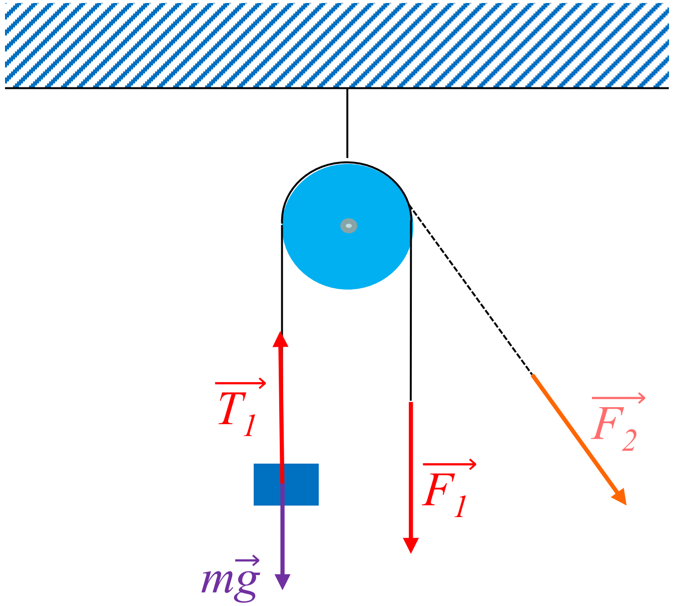
Température et densité de l'eau en fonction de la profondeur



5.8. Poulie

<u>Propriété</u> : une poulie sans masse avec une corde inextensible (elle-même sans masse) transmet les forces parfaitement, seules les directions changent.

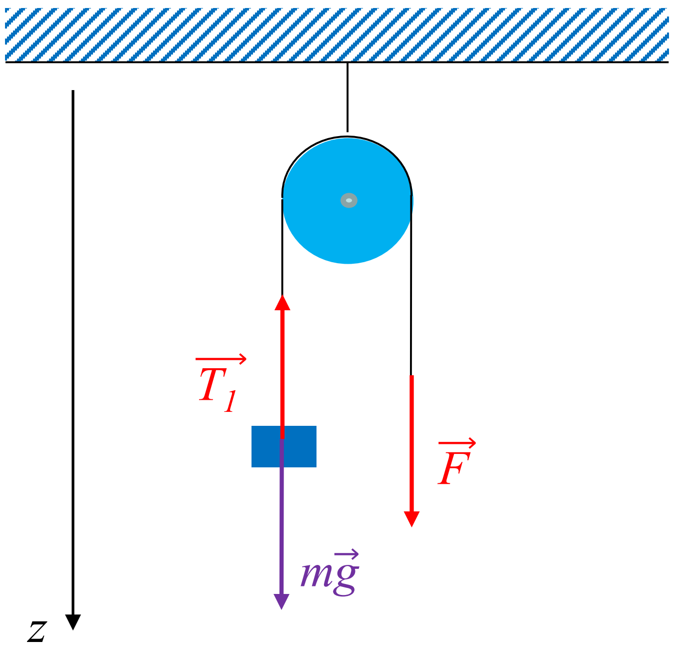
<u>Remarque</u> : on considèrera dans ce qui suit une poulie sans masse. Le cas réel, poulie avec masse, sera traité dans le chapitre "Applications du solide indéformable".



$$\|\vec{F_1}\| = \|\vec{F_2}\| = \|\vec{T_1}\|$$

5.8. Poulie

Poulie simple fixe (sans masse)



2nd loi de Newton appliquée à la masse m :

1. La masse m est <u>fixe</u> ou <u>se déplace à vitesse constante</u>

$$\underbrace{\sum \overrightarrow{F_{ext}}}_{sur\ la\ masse} = \vec{0} \Rightarrow mg - T_1 = 0 \Rightarrow mg = T_1$$

soit $\boxed{T_1 = mg \quad \text{et} \quad T_1 = F}$

2. La masse m se déplace avec une <u>accélération non nulle</u>

$$\underbrace{\sum \overrightarrow{F_{ext}}}_{sur\ la\ masse} = m\vec{a} \Rightarrow mg - T_1 = ma \Rightarrow mg - ma = T_1 \Rightarrow T_1 = m(g-a)$$

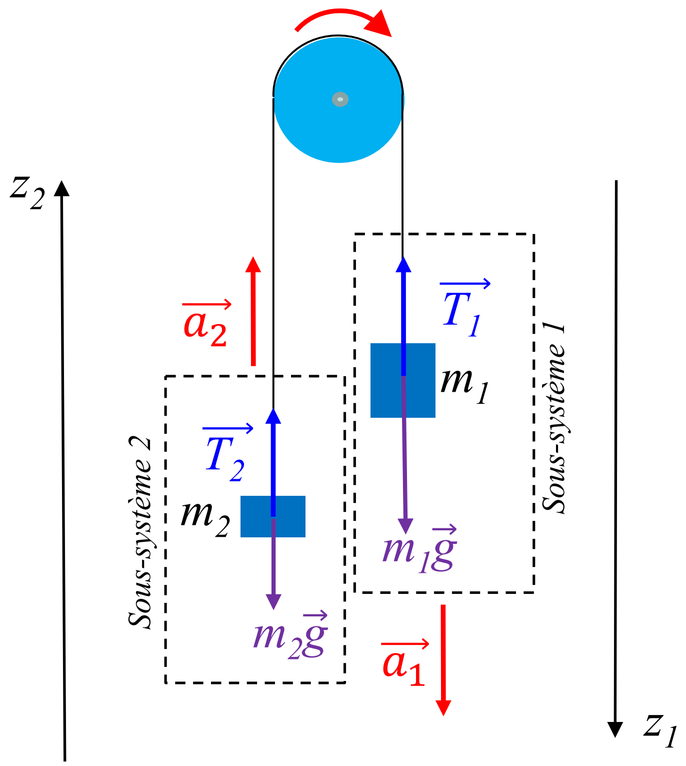
soit $\boxed{T_1 = m(g-a) \neq mg \quad \text{et} \quad T_1 = F}$

$T_1 = F$: une poulie transmet la force de tension

<u>Attention</u>: la tension n'est pas toujours égale au poids

Systèmes à plusieurs masses avec poulie fixe (sans masse)

On considère deux sous-systèmes pour les masses m_1 et m_2 reliés par un fil inextensible sans masse



<u>*Calcul de l'accélération*</u>

Sous-système 1 :

$$m_1\vec{a_1} = m_1\vec{g} + \vec{T_1} \xRightarrow{Oz_1} m_1 a_1 = m_1 g - T_1 \quad (1)$$

Sous-système 2 :

$$m_2\vec{a_2} = m_2\vec{g} + \vec{T_2} \xRightarrow{Oz_2} m_2 a_2 = -m_2 g + T_2 \quad (2)$$

Fil inextensible ⇨ $a_1 = a_2 = a$ et $T_1 = T_2$

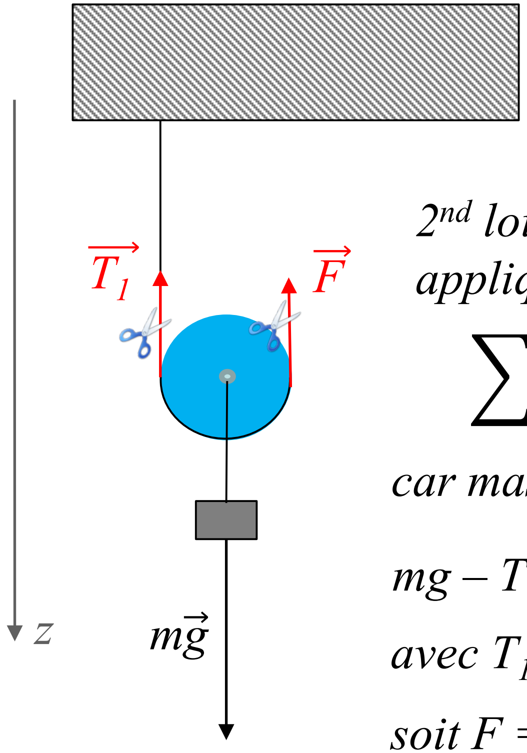
$$(1) \quad m_1 a = m_1 g - T_1 = m_1 g - T_2 = m_1 g - \overbrace{(m_2 a + m_2 g)}^{T_2\,(2)} = (m_1 - m_2) g - m_2 a$$

Finalement, l'accélération est $\boxed{a = \dfrac{(m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)} g}$

5.8. Poulie

Systèmes à plusieurs poulies et plusieurs brins

Poulie mobile à vitesse constante ($a=0$)



2^{nd} loi de Newton appliquée à la poulie :

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{0}$$

car masse poulie nulle

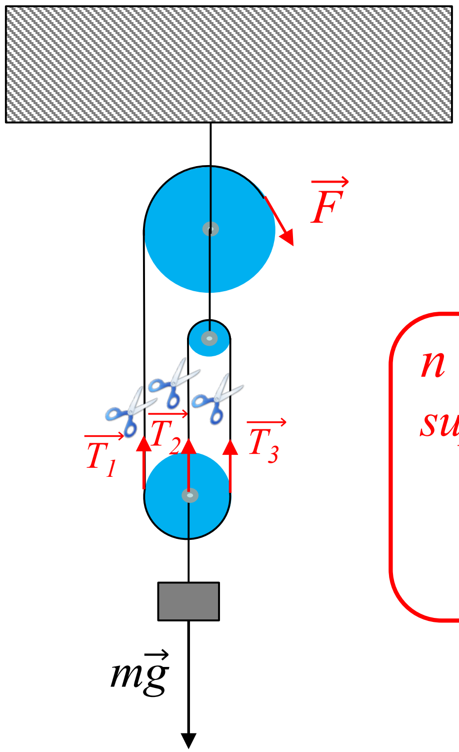
$$mg - T_1 - F = 0$$

$$\text{avec } T_1 = F \Rightarrow mg - F - F = 0$$

$$\text{soit } F = \frac{mg}{2}$$

La force qui permet de remonter la masse m est égale à la moitié de son poids <u>si la direction de F est verticale</u> (pour une poulie de masse nulle)

Palan (plusieurs poulies et plusieurs brins)



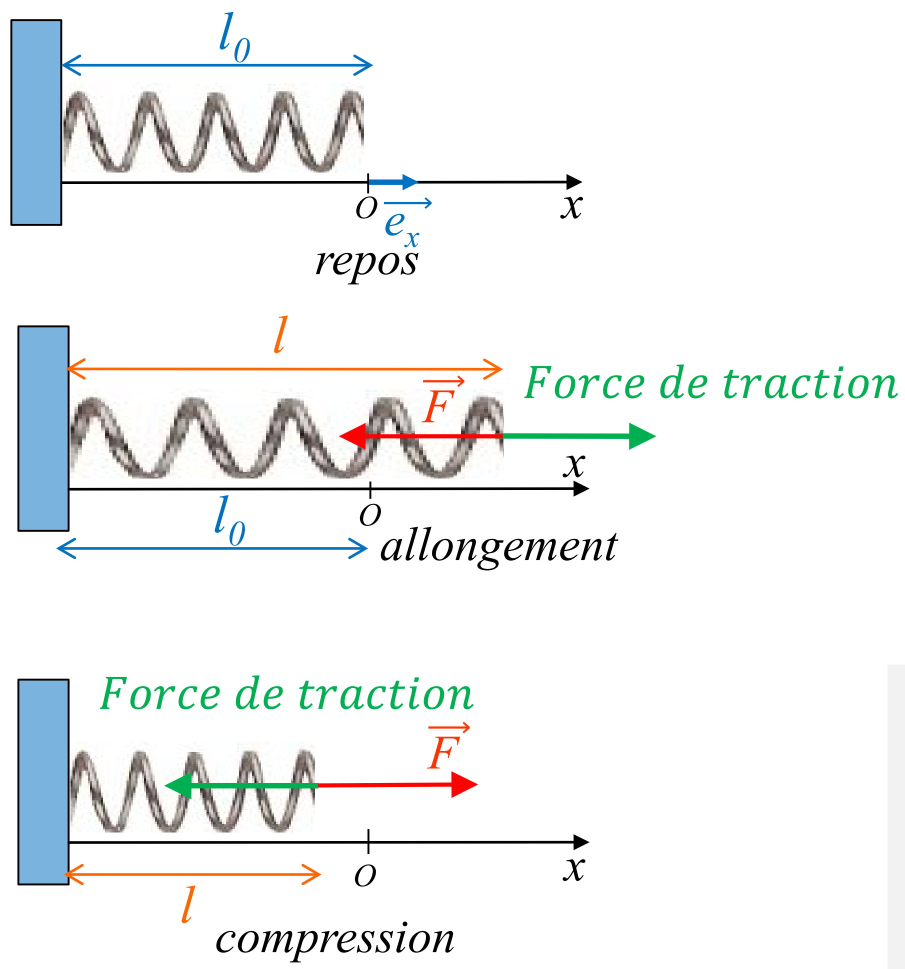
n : nombre de brins qui supportent la masse

$$F = \frac{mg}{n}$$

La force qui permet de remonter la masse m est égale à son poids divisé par le nombre de brins qui la supportent (pour une poulie de masse nulle)

5.9. Ressort

■ Force exercée par un ressort



Loi de Hooke

Force de rappel du ressort : $\boxed{\vec{F} = -k\,(l - l_0)\,\vec{e}_x}$

k constante de raideur du ressort

$l - l_0$ correspond à l'allongement du ressort, aussi appelé Δl

l_0 : longueur du ressort au repos

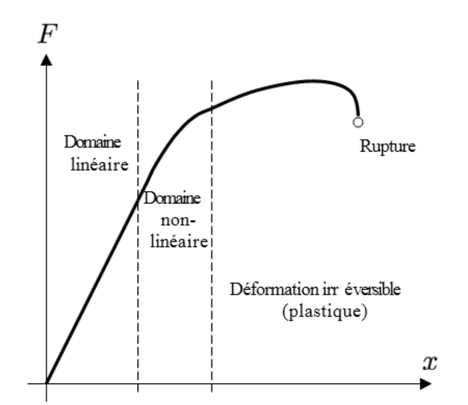
l : longueur du ressort sous l'effet de la force appliquée

Après projection sur Ox avec <u>origine à l'extrémité du ressort</u> au repos :

$$F = -k\,x \quad avec \quad x = l - l_0$$

On considère que la masse du ressort est nulle

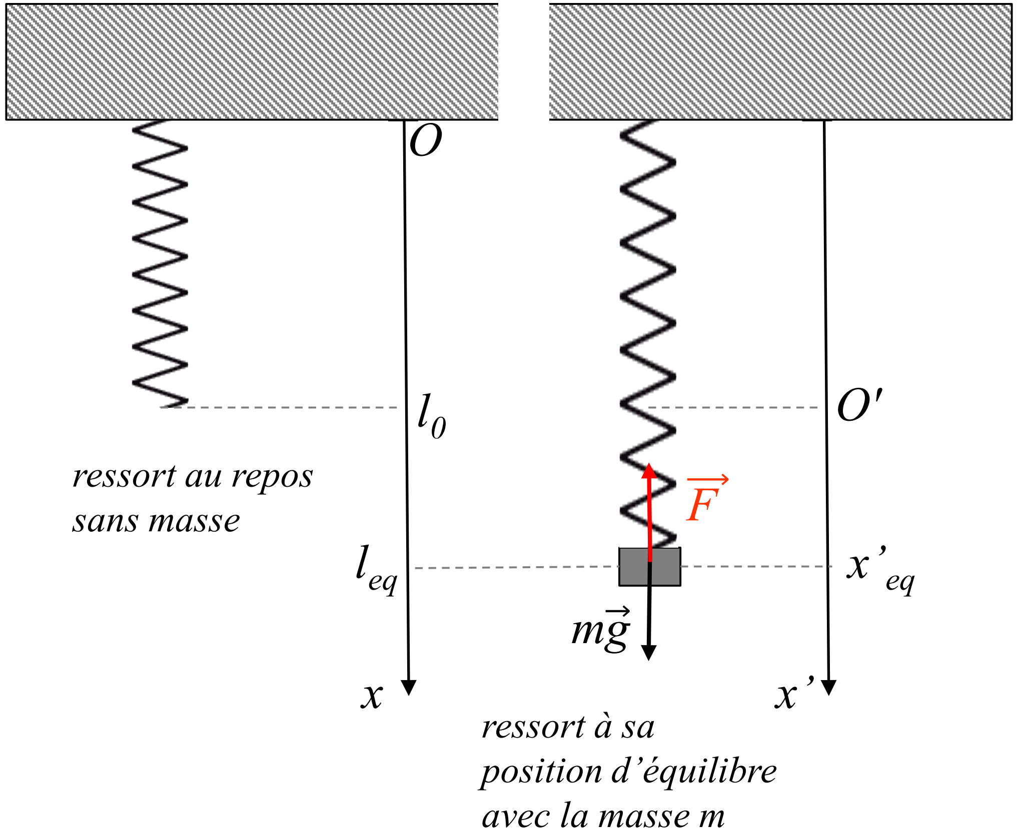
<u>Remarque</u> : le régime de déformation linéaire n'est vrai que sur un domaine d'allongement restreint. Dans ce cas, la déformation est dite "élastique". Au delà d'une trop grande élongation, le ressort ne revient pas à sa longueur initiale. La déformation est dite "plastique"



5.9. Ressort

Masse attachée à un ressort

On considère que la masse du ressort est nulle



Position d'équilibre :

$$m\vec{a} = \vec{0} = \vec{F} + m\vec{g}$$

Projection sur Ox (origine au point d'attache du ressort) :

$$0 = -k\,(l_{eq} - l_0) + mg$$

$$\Rightarrow \; l_{eq} = \frac{mg}{k} + l_0$$

Projection sur $O'x'$ (origine à l'extrémité du ressort au repos) :

$$0 = -k\,x'_{eq} + mg$$

$$\Rightarrow \; x'_{eq} = \frac{mg}{k}$$

6. Travail; Energie; Principes de conservation

6.1. Travail d’une force

6.2. Puissance

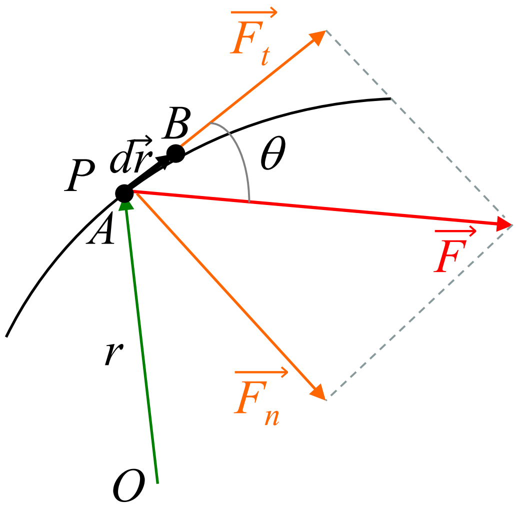
6.3. Energie cinétique

6.4. Energie potentielle

6.5. Energie mécanique

6.1. Travail d’une force

Soit une particule se déplaçant sur une distance $d\vec{r}$ entre *A* et *B* ($d\vec{r} = \vec{r_B} - \vec{r_A}$) sous l’effet d’une force $\vec{F}$.
Le travail élémentaire δW de la force pendant un instant dt sur la distance $d\vec{r}$ s’écrit :



F_t et F_n sont les composantes tangentielle et normale de la force $\vec{F}$

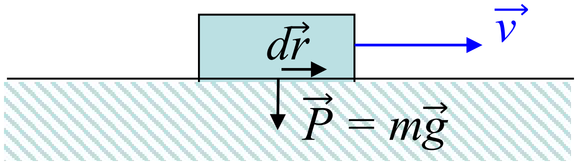
$$\boxed{\delta W = \vec{F} \cdot d\vec{r}}$$

Unité : newton × mètre [Nm] = joule [J]

soit $\delta W = F\, dr \cos\theta = F_t\, dr$

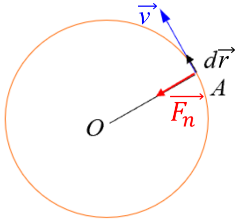
***Définition** : Le travail élémentaire de la force $\vec{F}$ correspond au produit de la distance parcourue par la composante de cette force selon le déplacement (= la projection de la force sur la tangente à la trajectoire)*

***Corollaire** : le travail d’une force perpendiculaire au déplacement est nul*



$\delta W = \vec{P} \cdot d\vec{r} = 0$

mouvement circulaire



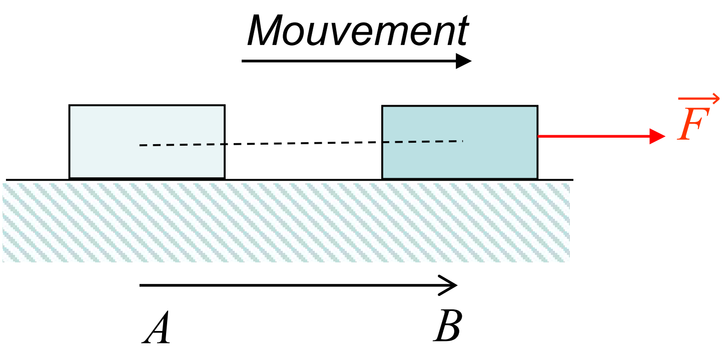
$\delta W = \vec{F_n} \cdot d\vec{r} = 0$

Rem : on utilise le symbole δ pour indiquer que le travail peut dépendre du chemin parcouru

6.2. Puissance

La puissance instantanée est une grandeur qui fournit une information sur la dynamique du mouvement.

C'est une indication sur la vitesse à laquelle le travail est dépensé.



$$\boxed{P_{inst} = \frac{\delta W}{dt}}$$

Unité : joule / seconde [J/s] = watt [W]

ou encore

$$\boxed{P_{inst} = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}}$$

La puissance moyenne pendant un intervalle Δt est

$$\boxed{P_{moy} = W/\Delta t}$$

6.2. Puissance

Quelques valeurs

Exemples	Puissance (W)
Locomotive diesel	900 000
Limite humaine	400
Cycliste - étape de montagne	300
1 Cheval Vapeur (CV)	736

12,6 GW : la puissance électrique générée par un barrage au Brésil

G : giga = 10^9

50 à 200 TW : énergie calorifique d'un cyclone

T : téra = 10^{12}

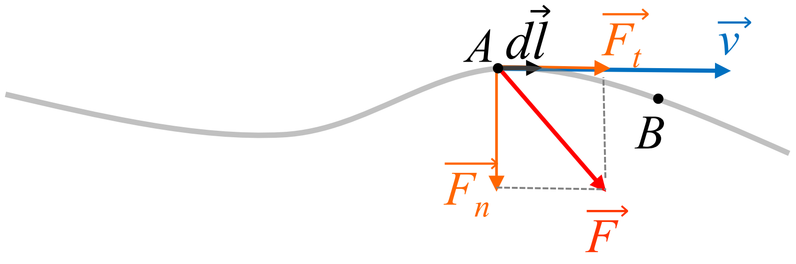
174 PW : la puissance totale venant du soleil et reçue par la Terre

P : péta = 10^{15}

386 YW : la puissance lumineuse du soleil

Y : yotta = 10^{24}

6.3. Energie cinétique



Travail élémentaire : $P_{inst} = \dfrac{\delta W}{dt} = \vec{F} \cdot \dfrac{d\vec{l}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$

$$\frac{\delta W}{dt} = F_t\, v \;\; avec \;\; F_t = m\,(dv/dt)$$

$$d\text{'où } \delta W = m\,(dv/dt)\, v\, dt = m\, v\, dv$$

$$soit \quad W = \int_A^B F_t dl = \int_A^B mvdv = \left[\frac{1}{2}mv^2\right]_{v_A}^{v_B} = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2$$

Expression du travail en fonction de l'énergie cinétique :

$$\boxed{W = E_{c,B} - E_{c,A}}$$

⚠

Théorème de l'énergie cinétique : quelles que soient la force F et la trajectoire parcourue, le **travail** de la particule de masse m correspond à la variation de la grandeur $\frac{1}{2}mv^2$ entre la fin et le début de la trajectoire. Cette grandeur est par définition **l'énergie cinétique** (E_c)